Aula Teórica nº 31
LEM-2006/2007

Prof. responsável de EO: Mário J. Pinheiro

Cont.

A constante de integração $v_c(0^+)$ é a d.d.p. aos terminais do condensador no instante $t = 0^+$, isto é, logo após o fecho do interruptor.
Ora, o condensador armazena energia eléctrica e a energia é uma grandeza física que não pode sofrer descontinuidades. Tem-se assim:

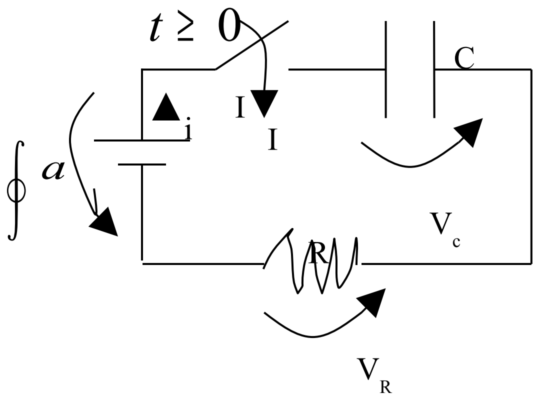
$$W_e(0^-) = W_e(0^+)$$

Atendendo a que se verifica $W_e = \frac{1}{2}Cv_c^2$, a condição anterior impõe a relação $v_c(0^+) = v_c(0^-) = \frac{q_0}{C}$.
[1]

A corrente i tem uma descontinuidade em t=0, sendo $i(0^-) = 0$ e $i(0^+) = \frac{q_0}{RC}$. Não se pode descarregar portanto um condensador sem uma resistência em série, pois se $R \to 0$, tem-se $i(0^+) \to \infty$.
A a´rea assinalada a tracejado no gráfico i(t) é igual à carga inicial armazenada no condensador, como se depreende facilmente:
[2]

Carga de um condensador

Considere-se agora o caso correspondente à carga de um condensador de capacidade C, inicialmente descarregado, ligando uma bateria de f.e.m. $\oint a$ no instante t=0.



[3]

Temos agora uma equação diferencial de 1ª ordem não homogénea e a sua solução $v_C(t)$ tem dois termos:

i) uma componente que é uma solução particular da equação diferencial não homogénea, <u>solução do regime forçado</u>, que deverá permanecer para lá dos instantes imediatamente após o fecho do interruptor. Atendendo que a f.e.m. da bateria $\oint a$ é uma grandeza constante no tempo, podemos concluir que todas as grandezas do circuito também deverão ser constantes no tempo quando $t \to \infty$. Para a componnte forçada v_{cf} tem-se então

[4]

ii) Uma componente que é a solução geral da equação diferencial homogénea (equação sem o segundo membro)

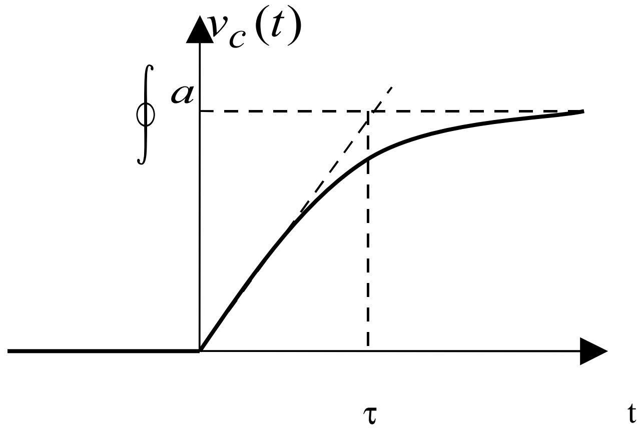
$$0 = v_{cl} + RC\frac{dv_{cl}}{dt}$$

E que deverá subsistir durane o intervalo de tempo em que o circuito se adapta às novas condições ditadas pelo fecho do interruptor no instante t=0, solução do regime livre. Integrando esta equação da mesma forma que fizemos quando da descarga do condensador, podemos escrever

[5]

Falta determinar a constante de integração $v_{cl}(0)$. Como o condensador armazena energia eléctrica $W_e = \frac{1}{2}Cv_c^2$ e esta não pode sofrer descontinuidades, tem-se:

[6]

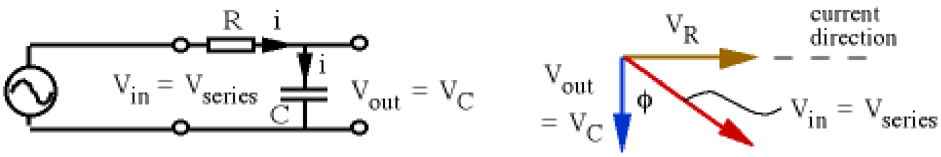


A corrente eléctrica i(t) sofre uma descontinuidade, sendo $i_f = 0$. Isto é, o condensador provoca uma interrupção da corrente no circuito quando $t \to \infty$.

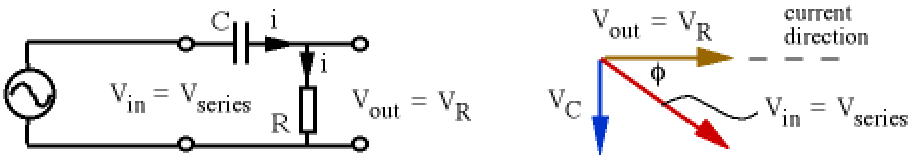
[7]

O circuito RC é usado como filtro e circuito diferenciador, integrador. Exemplos:

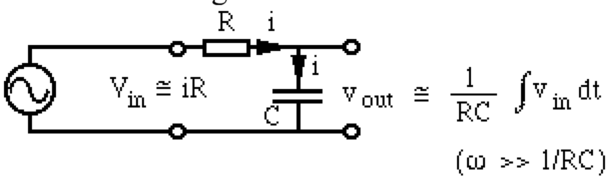
- Filtro passa-baixo: as frequências baixas são pouco atenuadas e atenua ou corta os sinais com frequências superior à frequência de corte $\omega_c = {}^{1}\!/_{RC}$. O sinal de saída é tomado aos terminais do condensador.



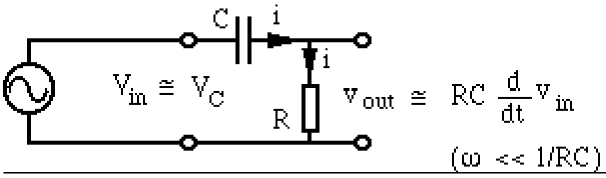
- Filtro passa-altas: as frequência altas são pouco atenuadas, atenuando ou cortando as frequências inferiores à frequência de corte ω_c. O sinla de saída é tomado aos terminais da resistência.



- Circuito integrador

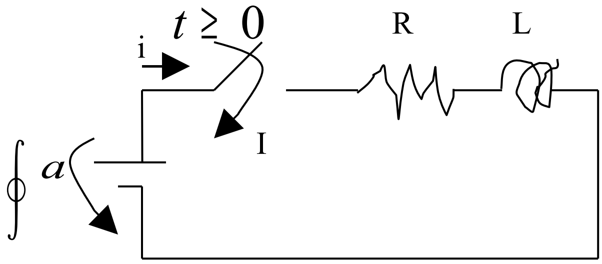


- Circuito diferenciador



Circuito RL (indutor-resistor)

O circuito RL irá ser resolvido numa aula prática. Porém, adiantaremos aqui que um solenoide (ou uma bobine) é um elemento armazenador de energia magnética $W_m = \frac{1}{2}Li^2$, pelo que a condição de continuidade da energia $W_m(0^-) = W_m(0^+)$, nos instantes de fecho ou de abertura de um interruptor, impõe a continuidade da intensidade da corrente que percorre a bobine $i(0^-) = i(0^+)$.



$$\oint a = Ri + L\frac{di}{dt}$$